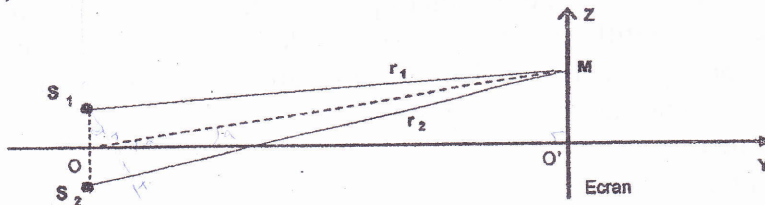


Exercice 1 (contrôle 1 - 2013)

On place un écran (E) parallèlement à l'axe passant par deux sources ponctuelles (S_1 et S_2) cohérentes et symétriques par rapport à l'axe OY (voir figure : $S_1M = r_1$, $S_2M = r_2$, $S_1S_2 = d$, $OO' = D$ et $d \ll D$).



$$k = \frac{n 2\pi}{\lambda_0}$$

Les vibrations issues des deux sources sont données par : $s_1 = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$ et $s_2 = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2)$. L'ensemble (les deux sources et l'écran) est dans un milieu d'indice n et on observe les interférences au point M d'abscisse z ($O'M = z$).

1- Démontrer que le déphasage au point M est donné par : $\Delta\varphi(M) = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$ où λ_0 est la

longueur d'onde dans le vide et δ est la différence de marche.

2- Calculer la différence de marche δ (au point M) en fonction de n , d , D et z .

3- Soit $s(M)$ l'onde résultante en M. Calculer son amplitude a et sa phase φ en fonction de a_1 , a_2 , φ_1 et φ_2 . (La méthode des nombres complexes est recommandée).

4- En déduire l'intensité résultante $I(M)$ en fonction de a_1 , a_2 et $\Delta\varphi$.

5- On observe les franges d'interférences sur l'écran E. Donner la forme de ces franges et calculer l'interfrange i en fonction de n , d , D et λ_0 . Quelle est la nature de la frange centrale?

6- On pose $x = a_1/a_2$.

a- Calculer la visibilité (contraste) V en fonction de x .

b- Tracer la courbe $V(x)$ et commenter ses variations.

c- Calculer la valeur x_1 de x pour laquelle la visibilité est égale à 1. Commenter cette situation.

7- Le système est maintenant mit dans un milieu d'indice $n_1 > n$. Que se passe t-il pour l'interfrange i et la visibilité V (vos commentaires doivent être justifiés).

8- On met le système dans l'air.

a- Que se passe t-il pour l'interfrange i ?

b- Application numérique : $d = 2 \text{ mm}$, $D = 2 \text{ m}$, la distance b entre les franges brillantes d'ordre 5 et -5 est de 6,5 mm. Calculer la valeur de l'interfrange i et déduire la longueur d'onde et la couleur de la radiation utilisée.

Exercice 2 :

On considère un bi prisme d'angle au sommet α (avec $\alpha = 20^\circ$) et d'indice $n = 1,5$. Le bi prisme est éclairé par une source de lumière ponctuelle S . On observe la figure d'interférences sur un écran placé perpendiculairement à l'axe optique à la distance $L = 2,25 \text{ m}$ du bi prisme. La source, à la distance $D = 0,25 \text{ m}$ du sommet du bi prisme, émet une lumière blanche ($400 \text{ nm} < \lambda < 750 \text{ nm}$). On effectue l'observation dans le plan de l'écran.

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

1. Rappeler les caractéristiques de la figure d'interférence lorsque la source émet une seule radiation ($\lambda = 546 \text{ nm}$); on précisera notamment la largeur de la figure d'interférence et le nombre de franges sombres observées sur l'écran.

2. Combien de cannelures sombres observe-t-on en M en lumière blanche ? Faire l'application numérique pour $x = 6,25 \text{ mm}$.

Exercice 3 (Rattrapage 2012)

On considère le dispositif interférentiel formé d'une lentille mince L_1 , plan-convexe, de grand rayon de courbure R_1 , placée sur une lame de verre à faces planes parallèles à la face plane de la lentille. Le dispositif est éclairé par un faisceau de lumière monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 0,546 \mu\text{m}$, qui tombe sur la face plane de la lentille sous une incidence normale (Figure 1). On note par e la distance entre la lentille et la lame (voir figure 1).

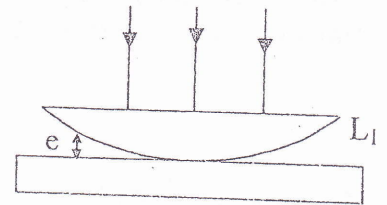


Figure 1

- 1) Donner l'expression de la différence de marche géométrique δ_g entre les rayons réfléchis successivement sur la face convexe de la lentille et la face supérieure de la lame, en fonction de e .
- 2) Existe-t-il une différence de marche physique entre ces deux rayons ? Justifier votre réponse.
- 3) Si oui, quelle est la valeur de cette différence de marche physique ?
- 4) Dédurre la différence de marche totale δ .
- 5) En déduire la forme des franges d'interférences.
- 6) Montrer que le rayon r des anneaux est lié à la distance e par la relation : $e = \left(R_1 - \sqrt{R_1^2 - r^2} \right)$
- 7) Dédurre l'expression approchée (au premier ordre en r/R_1) de e sachant que $r \ll R_1$.
- 8) Sachant que le rayon du 5^{ème} anneau sombre, observé par réflexion, est de 6 mm, calculer le rayon de courbure R_1 de la face convexe de la lentille.
- 9) On pose la lentille L_1 sur la face concave, d'une lentille L_2 , de rayon de courbure R_2 (Figure 2). Le rayon du 5^{ème} anneau sombre, par réflexion, devient égal à 7,4 mm. Calculer R_2 et le rayon du 10^{ème} anneau sombre.

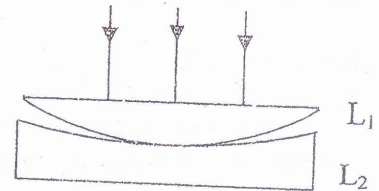
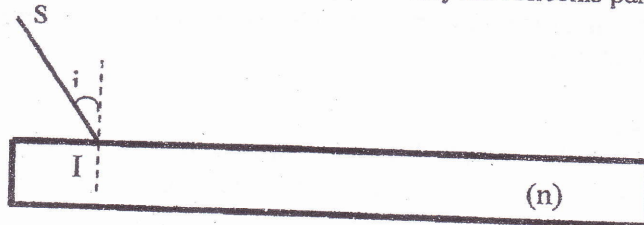


Figure 2

Exercice 4 : (Rattrapage - 2013)

On considère une lame à face parallèle d'épaisseur e et d'indice n . Un rayon incident SI de longueur d'onde λ et d'intensité I_0 tombe sur la lame sous une incidence i (voir figure). On désigne par R et T les pouvoirs (facteurs) de réflexion et de transmission en intensité, et on s'intéresse aux rayons réfléchis par la lame.



- 1- Compléter le schéma en représentant les 4 premiers rayons réfléchis.
- 2- Calculer la différence de marche géométrique δ_g en fonction de n , e et r (angle de réfraction) entre les deux premiers rayons réfléchis.
- 3- En prenant comme origine des phases la phase du premier rayon réfléchi au point I, déduire le déphasage géométrique ϕ_g entre deux rayons successifs.
- 4- Y'a-t-il une différence de phase supplémentaire ? Si oui quelle est sa valeur ? Justifier votre réponse.
- 5- On observe les franges d'interférences sur un écran E (placé au plan focal image d'une lentille convergente), de quel type d'interférences s'agit-il ?
- 6- On s'intéresse aux deux premiers rayons réfléchis par la lame et on suppose que R est petit ($T \rightarrow 1$), calculer l'amplitude résultante $A(r)$ en fonction de I_0 , R , n , e , r et λ .
- 7- Dédurre que l'intensité de l'onde résultante des 2 rayons (réfléchi par la lame) est :

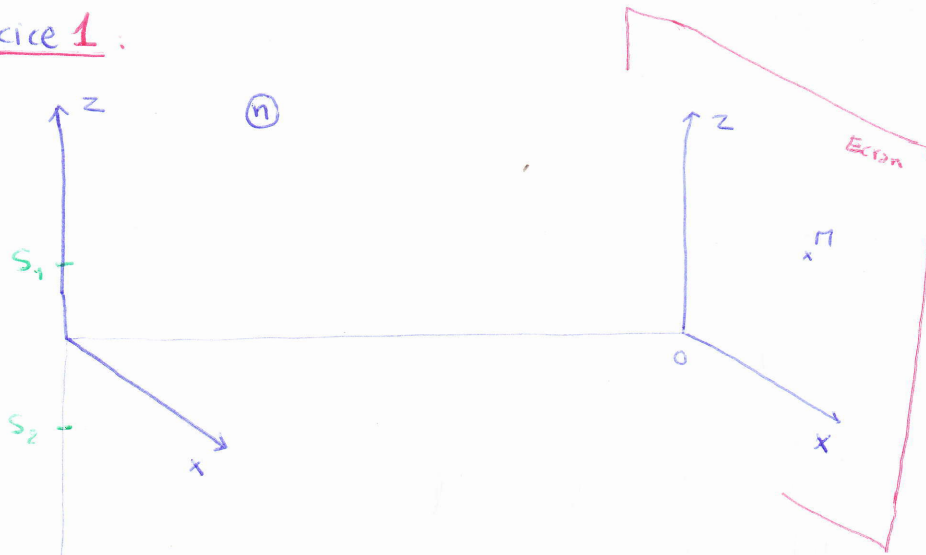
$$I_R(r) = 2RI_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi ne}{\lambda} \cos r + \pi \right) \right]$$

- 8- Pour i et r petits, calculer $I_R(i)$ et en déduire l'ordre d'interférence $P_R(i)$.
- 9- Calculer l'angle i_0 pour lequel l'ordre est maximal. En déduire $P_{\max}$.
- 10- Donner la forme de la figure d'interférence. Discuter la brillance de la frange centrale.

TD N°2 : OPTIQUE physique

SMP - S4

Exercice 1 :



$$\begin{cases} S_1 M = r_1 \\ S_2 M = r_2 \\ S_1 S_2 = d \\ OO' = D \end{cases} \quad d \ll D$$

au niveau de la source S_1 $\Delta_1 = a_1 \cos(\omega t - \varphi_{01})$

φ_{01} phase à l'origine de Δ_1

au niveau de la source S_2 $\Delta_2 = a_2 \cos(\omega t - \varphi_{02})$

φ_{02} phase à l'origine de Δ_2

S_1 et S_2 sont cohérent $\Rightarrow \varphi_{02} - \varphi_{01} = \text{cte}$ qu'on peut choisir null

Au niveau de S_1 , on peut écrire

$$\Delta_1(S_1) = a_1 \cos(\omega t)$$

Au niveau de S_2 :

$$\Delta_2(S_2) = a_2 \cos \omega t$$

M reproduit la vibration de S_1 (resp de S_2)

avec un retard $t_1 = \frac{r_1}{v_1}$ (resp $t_2 = \frac{r_2}{v_2}$)

$$\Rightarrow \Delta_1(M) = a_1 \cos\left(\omega t - \frac{\omega r_1}{v_1}\right)$$

$$\Delta_2(M) = a_2 \cos\left(\omega t - \frac{\omega r_2}{v_2}\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (T \text{ indépendante du milieu})$$

$$\Rightarrow \Delta_1(M) = a_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{r_1}{v}\right)$$

$$v = \frac{c}{n}$$

$$\Rightarrow \Delta_1(M) = a_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{r_1}{c} n\right)$$

$\lambda_0 = cT$ longueur d'onde dans le vide.

$$\Delta_1(M) = a_1 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n r_1\right) = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1(M))$$

$$\Delta_2(M) = a_2 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n r_2\right) = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2(M))$$

$\Rightarrow$ le déphasage en M entre les 2 vibrations est

$$\Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0} n r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_0} n r_1$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0} \underbrace{(S_2(M) - S_1(M))}_{\delta}$$

$$\delta(M) = n(r_2 - r_1) = S_2(M) - S_1(M) = \text{différence de Marche en M}$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$$

2°/ Calcule de M

1^{er} Methode

$$S_1(0, 0, \frac{d}{2})$$

$$S_2(0, 0, -\frac{d}{2})$$

$$M(x, D, z)$$

$$\vec{S_1 M} \begin{pmatrix} x \\ D \\ z - \frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

$$S_2 M \begin{pmatrix} x \\ D \\ z + \frac{d}{2} \end{pmatrix}$$

$$r_1 = |\overrightarrow{S_1 M}| = \left(x^2 + D^2 + \left(z - \frac{d}{2} \right)^2 \right)^{1/2}$$

$$= D \left(1 + \frac{x^2}{D^2} + \frac{\left(z - \frac{d}{2} \right)^2}{D^2} \right)^{1/2}$$

$$\delta < l_c \Rightarrow |x| \ll D$$

$$|z| \ll D$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{D^2} \ll 1 \text{ et } \left(z - \frac{d}{2} \right)^2 \ll 1$$

$$\Rightarrow \text{developpement limit  } (1 + \varepsilon)^{1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \varepsilon$$

$$r_1 = D \left(1 + \frac{x^2}{2D^2} + \frac{z^2 + \frac{d^2}{4} - zd}{2D^2} \right)$$

On a de même

$$r_2 = |\overrightarrow{S_2 M}| = \sqrt{x^2 + D^2 + \left(z + \frac{d}{2} \right)^2}$$

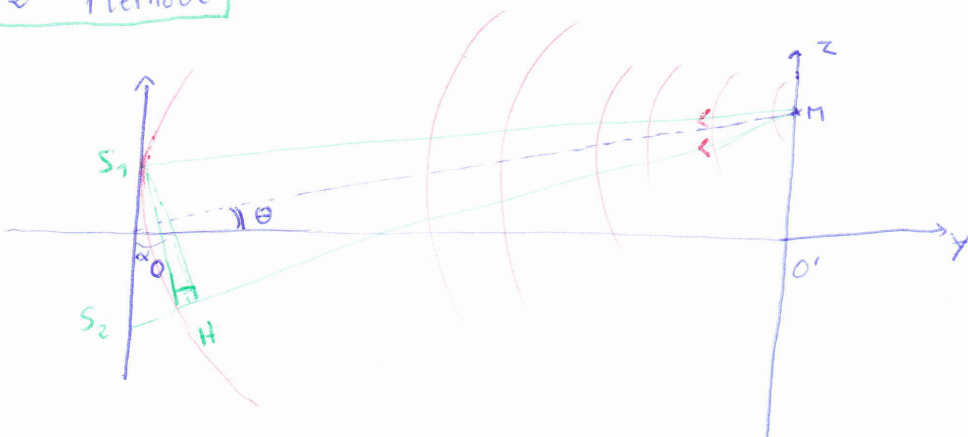
$$= D \left(1 + \frac{x^2}{D^2} + \frac{\left(z + \frac{d}{2} \right)^2}{D^2} \right)^{1/2}$$

$$r_2 \approx D \left(1 + \frac{x^2 + z^2 + \frac{d^2}{4} + zd}{2D^2} \right)$$

$$r_2 - r_1 \approx D \left[\frac{zd}{D^2} \right] = \frac{zd}{D}$$

$$\Rightarrow \delta = n(r_2 - r_1) = \frac{nz d}{D}$$

2^{eme} Methode



En appliquant le principe du retour inverse de la lumière, M se comporte comme une source ponctuelle qui émet des ondes sphériques.

On considère la surface d'onde (sphérique) de rayon $\text{Inf}(r_1, r_2)$ ici r_1 . Cette sphère coupe S_2M en H $\Rightarrow HM = S_1M = r_1$

$$\Rightarrow r_2 - r_1 = S_2H$$

$d = S_1S_2 \ll D \Rightarrow$ l'arc S_2H est confondu avec le segment S_2H
 $\Rightarrow S_1S_2H =$ triangle rectangle en H

$$\Rightarrow S_2H = S_1S_2 \sin \alpha = d \sin \alpha$$

$$S_1S_2 \perp OM \text{ et } S_1H \perp OM \Rightarrow \alpha = \theta$$

$$\text{tge} = \frac{z}{D} \quad \text{or } \delta < \lambda_c \Rightarrow |z| \ll D$$

$$\text{tge} \ll 1 \Rightarrow \text{tge} \approx \sin \theta \approx \theta = \frac{z}{D}$$

$$\Rightarrow r_2 - r_1 = \frac{dz}{D}$$

$$\Rightarrow \delta = n(r_2 - r_1) = \frac{ndz}{D}$$

3°/

$$s_1(t) = a_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$\Rightarrow \bar{s}_1(t) = a_1 e^{j(\omega t - \varphi_1)}$$

$$\bar{A}_1 = a_1 e^{-j\varphi_1}$$

$$s_2 = a_2 \cos(\omega t - \varphi_2)$$

$$\bar{s}_2 = a_2 e^{j(\omega t - \varphi_2)}$$

$$\bar{A}_2 = a_2 e^{-j\varphi_2}$$

l'onde résultant en M est $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$

$$\text{ou } \bar{s} = \bar{s}_1(t) + \bar{s}_2(t)$$

$$= e^{j\omega t} (a_1 e^{-j\varphi_1} + a_2 e^{-j\varphi_2})$$

L'Amplitude complexe de l'onde résultant est :

$$\bar{A} = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 = a_1 e^{-j\varphi_1} + a_2 e^{-j\varphi_2}$$

l'amplitude reel de l'onde resultant

$$a = |\bar{A}| = \sqrt{\bar{A} \bar{A}^*}$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \bar{A} &= a_1 \cos \varphi_1 - j a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2 - j a_2 \sin \varphi_2 \\ &= (a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2) + j(-a_1 \sin \varphi_1 - a_2 \sin \varphi_2) \end{aligned} \quad a + jb$$

$$\begin{aligned} a = |\bar{A}| &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2)^2 + (a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2)^2} \\ &= \sqrt{a_1^2 \cos^2 \varphi_1 + a_2^2 \cos^2 \varphi_2 + 2a_1 a_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + a_1^2 \sin^2 \varphi_1 + a_2^2 \sin^2 \varphi_2 + 2a_1 a_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2} \\ &= \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \end{aligned}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta \varphi(M) = \frac{2\pi S}{\lambda_0} = \frac{2\pi n z d}{\lambda_0 D}$$

La phase de l'onde resultant est

$$\varphi = \text{Arg } \bar{A} = \text{Arctg} \left(\frac{-y}{x} \right) = \text{Arctg} \left(- \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2} \right)$$

4° L'intensité en M est

$$I(M) = a^2 = \bar{A} \bar{A}^* = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \Delta \varphi$$

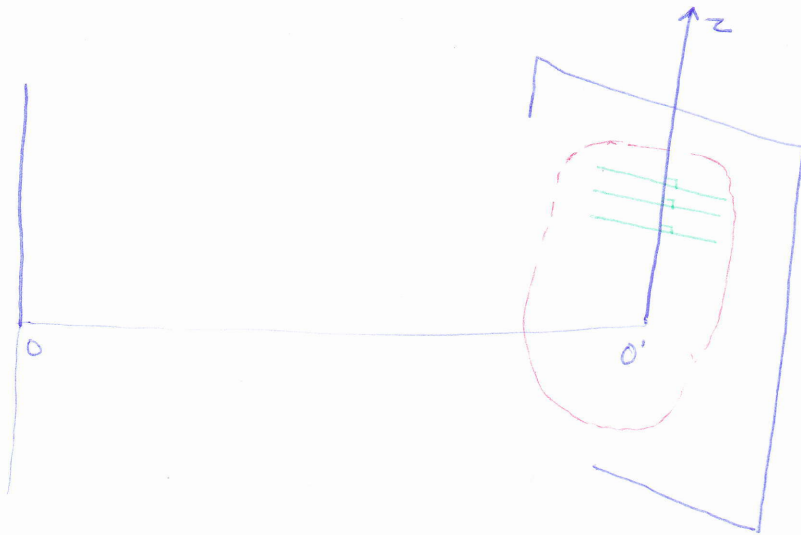
5° Une frange est une ligne d'egal d'intensité cad $I(M) = \text{cte}$

$$I(M) = \text{cte} \Rightarrow \Delta \varphi = \text{cte} = \frac{2\pi S}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow S = \text{cte} = \frac{n d z}{D}$$

$\Rightarrow z = \text{cte} \Rightarrow$ les frange sont des segment de droites $\perp O z$

Donc $\perp$ à l'axe $S_1 S_2$



* Position des frange brillantes ($I(m) = I_{\max}$)

$I(m)$ est max si $\cos \Delta\varphi(m) = 1$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi m \quad m \in \mathbb{Z}$$

$$2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{z_b d}{D}$$

$$z_{br} = \frac{m \lambda_0 D}{d}$$

$$i = z_{br}(m+1) - z_b(m) = \frac{\lambda_0 D}{nd}$$

* Position des franges sombre ($I(m) = I_{\min}$)

$I(m)$ est min si $\cos(\Delta\varphi) = -1$

$$\Delta\varphi = (2m+1)\pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{n z_{sb} d}{D}$$

$$z_{sombre} = \frac{(2m+1) \lambda_0 D}{2nd}$$

$$= \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0 D}{nd}$$

$$i = z_{sb}(m+1) - z_s(m) = \frac{\lambda_0 D}{nd}$$

La frange centrale est définie par $\delta = 0 \Rightarrow z = 0$

$$\Rightarrow \cos(\Delta\varphi) = 1 \Rightarrow I(O') = I_{\max}$$

$\Rightarrow$ La frange centrale est brillante

6°

$$a) V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

avec
$$\begin{cases} I_{\max} = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 = (a_1 + a_2)^2 \\ I_{\min} = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 = (a_1 - a_2)^2 \end{cases}$$

$$I_{\max} - I_{\min} = 4a_1a_2$$

$$I_{\max} + I_{\min} = 2(a_1^2 + a_2^2)$$

$$V = \frac{2a_1a_2}{a_1^2 + a_2^2} =$$

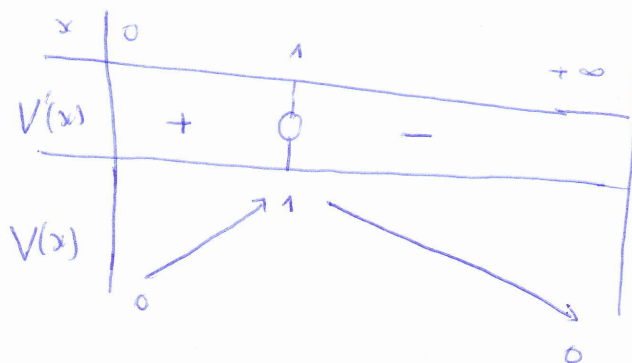
on pose $x = \frac{a_1}{a_2}$

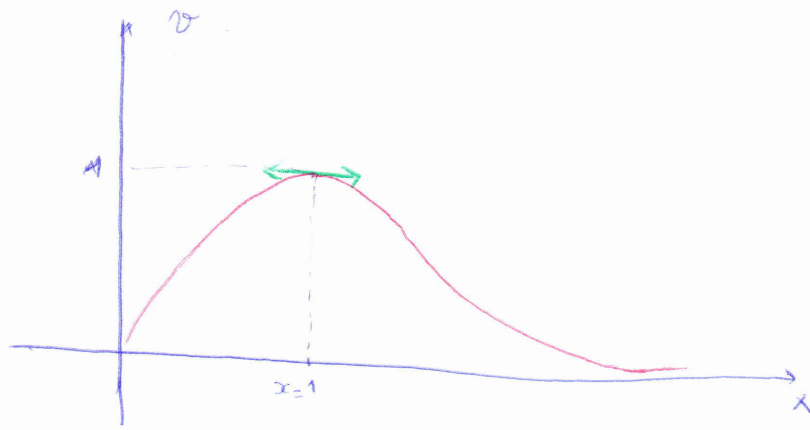
$$V = \frac{2a_1a_2}{a_2^2 \left(1 + \frac{a_1^2}{a_2^2}\right)} = \frac{2 \frac{a_1}{a_2}}{1 + \frac{a_1^2}{a_2^2}} = \frac{2x}{1+x^2}$$

b)

$$V'(x) = \frac{2(1+x^2) - 2x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2 - 2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{2(1-x)(1+x)}{(1+x^2)^2}$$

avec $x > 0$





$a_1 = 0$
 $a_2 \neq 0$

Une seule onde $\Rightarrow$ pas d'interférence
 (éclairage uniforme)

$a_1 > 0$

Si a_1 augmente $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 = (a_1 - a_2)^2$

$I_{\min}$ diminue

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (a_1 + a_2)^2$$

Si a_1 augmente $I_{\max}$ $\nearrow$

$\Rightarrow$ le contraste (ou la visibilité) $\nearrow$

Si $a_1 = a_2$ $I_{\min} = 0 \Rightarrow$ les franges sombres sont noires
 $\Rightarrow$ la visibilité est max

Si $a_1 > a_2$
 et a_1 augmente $\} \Rightarrow (a_2 - a_1)^2 = I_{\min}$ augmente

c.à.d. que les franges sombres deviennent
 de plus en plus claires
 $\Rightarrow$ le contraste diminue.

7/ $i = \frac{\lambda_0 D}{n d}$

$i_1 = \frac{\lambda_0 D}{n_1 d}$

$n_1 > n \Rightarrow \frac{1}{n_1} < \frac{1}{n} \Rightarrow i_1 < i$

$\Rightarrow$ l'intensité l'interfrange diminue.

$v = \frac{2 \frac{a_1}{a_2}}{1 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2} \Rightarrow v$ est indépendante de n

v reste inchangée

8/ a) $n_{\text{air}} \approx 1 < n$

$i_{\text{air}} = \frac{\lambda_0 D}{n_{\text{air}} d}$

$\frac{1}{n_{\text{air}}} > \frac{1}{n} \Rightarrow i_{\text{air}} > i$

$\Rightarrow$ l'interfrange augmente

b) $d = 2 \text{ mm}$; $D = 2 \text{ m}$, $b = 6,5$

Il y a 11 frange brillantes

Il y a 10 ~~frange~~ interfrange dans b

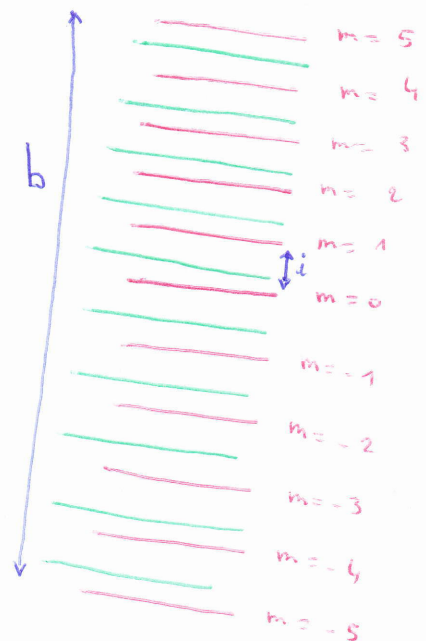
$b = 10i \Rightarrow i = \frac{b}{10} = 0,65 \text{ mm}$

$i_{\text{air}} = 0,65 \text{ mm} = \frac{\lambda_0 D}{d}$

$\Rightarrow \lambda_0 = \frac{i_{\text{air}} d}{D} = \frac{0,65 \times 2}{2 \cdot 10^3} = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 0,65 \mu\text{m}$

Couleur rouge.

• Sombre
• brillante.



Exercice 2 :

$$\alpha = 20^\circ$$

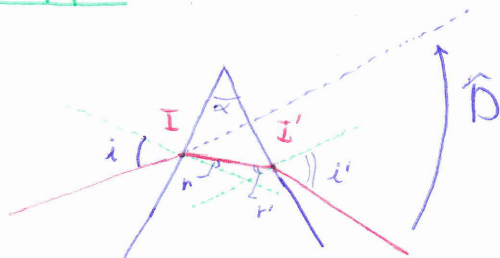
$$L = 2,25 \text{ m}$$

$$n = 1,5$$

$$D = 0,25 \text{ m}$$

1/

Rappel



$$n_i = n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ \text{angle de deviation} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} D = i + i' - \alpha \\ \alpha = r + r' \end{array} \right.$$

si α petit et si i est petit

$\Rightarrow r$ et r' petits

$$\Rightarrow i = nr$$

$$i' = nr'$$

$$\hat{D} = nr + nr' - \alpha$$

$$= n(r + r') - \alpha$$

$$\boxed{\hat{D} = (n-1)\alpha = \text{cte}}$$

$\Rightarrow$ tous les rayons incidents sous une faible incidence subissent la même déviation.

#

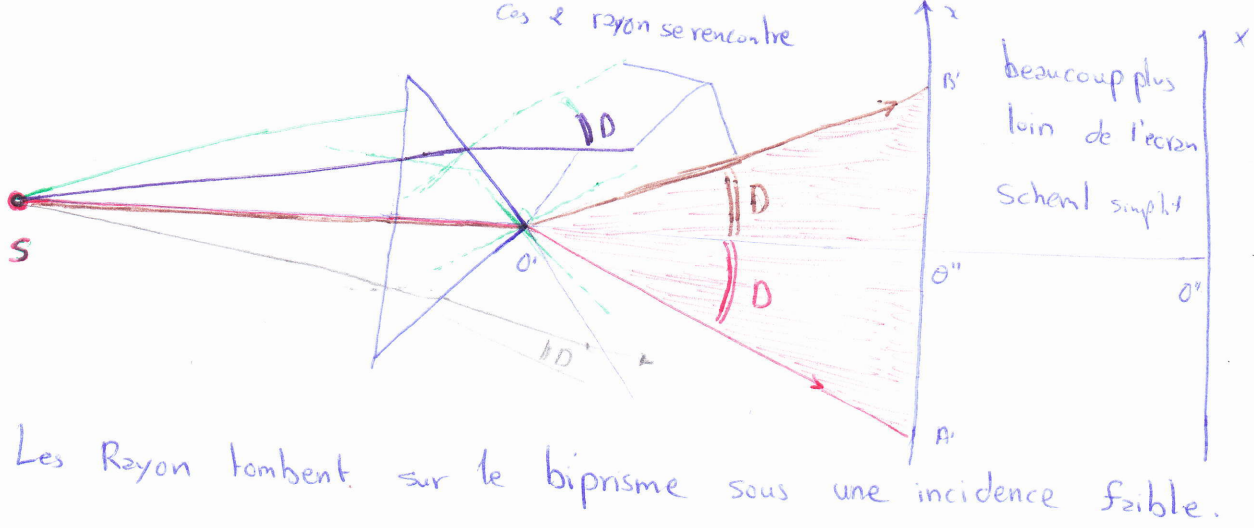
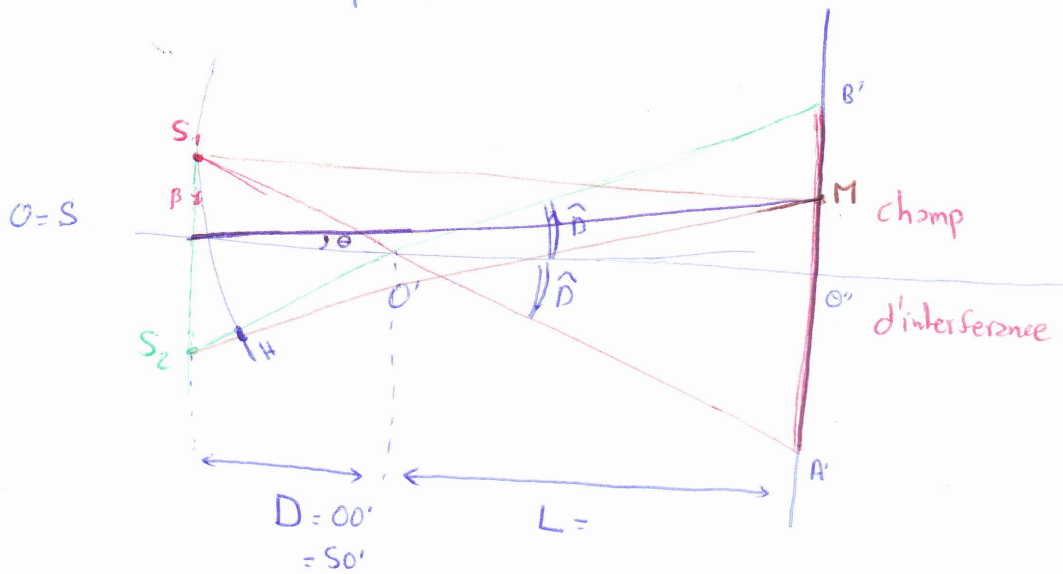


Schéma simplifié



Position des sources secondaires

$$SS_1 = OS_1 = D \tan \hat{\alpha} \approx D \cdot \hat{\alpha} \approx D(n-1)\alpha = SS_2$$

$$S_1S_2 = 2D(n-1)\alpha$$

Calcul de δ

$$\delta = (S_2M) - (S_1M) = S_2M - S_1M = S_2H = S_1S_2 \sin \beta = S_1S_2 \sin \theta$$

$$\theta \ll 1 \Rightarrow \sin \theta \approx \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{L+D}$$

$$\delta = \frac{2D\alpha(n-1)x}{L+D}$$

La figure d'interférence est une succession de franges brillantes et de franges sombres

* position des franges brillante

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = m \times 2\pi$$

$$\Rightarrow \delta = m\lambda$$

$$\frac{2D\alpha(n-1)x_{b(m)}}{L+D} = m\lambda$$

$$x_{b(m)} = \frac{m\lambda(L+D)}{2D\alpha(n-1)}$$

* Position des franges Sombre:

$$\delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta\varphi = (2m+1)\pi$$

$$\frac{2D\alpha(n-1)x_s(m)}{L+D} = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$x_s(m) = \frac{(2m+1)\lambda(L+D)}{4D\alpha(n-1)}$$

* L'interfrange

$$i = x_{b(m+1)} - x_{b(m)}$$

$$i = \frac{\lambda(L+D)}{2D\alpha(n-1)}$$

$$i = \frac{0,546 \cdot 10^{-3} (2,25 + 0,25) 10^{-3}}{2 \times 0,25 \cdot 10^3 \times 0,5 \times 5,8 \cdot 10^{-3}}$$

$$i = 0,94 \text{ mm}$$

$$180^\circ \longrightarrow \pi = 3,14$$

$$60' = 1^\circ \longrightarrow \frac{\pi}{180} = \frac{3,14}{180}$$

$$\alpha' = \frac{\pi}{3 \times 180} = \frac{3,14}{3 \times 180} \text{ (rd)}$$

$$= 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ rd}$$

$$\text{Largeur du champ d'interférence} = AB = 20''B = 2L \tan \hat{\theta} = 2L \hat{\theta}$$

$$AB = 2L(n-1)\alpha$$

$$= 2 \times 2,25 \cdot 10^3 \times 0,5 \times 5,8 \cdot 10^{-3}$$

$$AB \approx 13,1 \text{ mm}$$

nombre d'interfranges

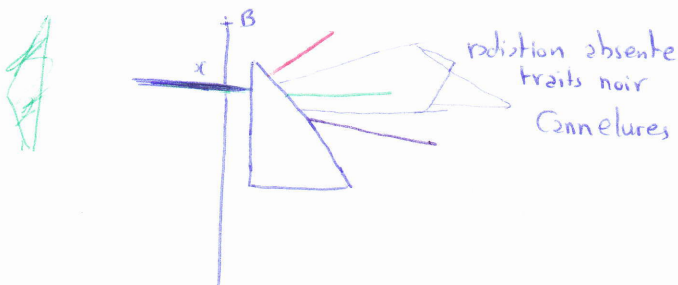
$$\frac{AB}{i} = \frac{13,1}{0,94} = 13,94 \approx 14$$

Dans chaque interfrange il y a une frange sombre

$\Rightarrow$ Le nombre de franges sombre est 14

On observe sur la figure un blanc d'ordre supérieur sauf en $0''$ ou le blanc est entier (toutes les radiations sont présentes en $0''$)

Par contre loin de $0''$ plusieurs radiations peuvent être absentes.



si on utilise un spectroscope (un prisme) pour analyser la lumière présente en un point de l'écran, on constate qu'il y a des rayons colorés correspondant aux radiations présentes et des traits noirs correspondant aux radiations absentes (connelures). on dit que le spectre est Connel

le nombre de connelure $M =$
 nombre de radiation absente en M

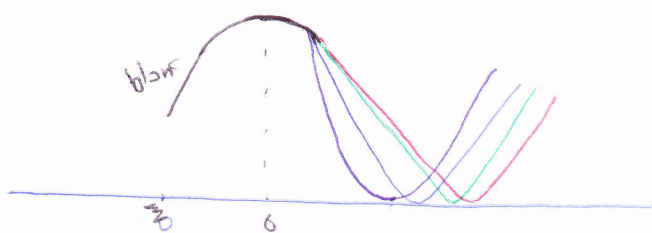
$$\delta = \frac{2D(n-1)\alpha x}{L+D}$$

$$x_s =$$

Une λ est absente en M si $\delta(m) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$

$$x=0 \Rightarrow \delta=0$$

$$x_s = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \frac{(L+D)}{2D(n-1)\alpha}$$



$$\frac{2D(n-1)\alpha}{L+D} x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$\lambda_{\text{viole}} \leq \lambda \leq \lambda_{\text{rouge}}$$

$$\lambda_{\text{viole}} \leq \lambda = \frac{2D(n-1)\alpha x}{(L+D)\left(m + \frac{1}{2}\right)} \leq \lambda_{\text{rouge}}$$

$$\frac{(L+D)\lambda_{\text{viole}}}{2D(n-1)\alpha x} \leq \frac{1}{m + \frac{1}{2}} \leq \frac{(L+D)\lambda_{\text{rouge}}}{2D(n-1)\alpha x}$$

$$\frac{2D(n-1)\alpha x}{\lambda_{\text{rouge}}(L+D)} \leq m + \frac{1}{2} \leq \frac{2D(n-1)\alpha x}{(L+D)\lambda_{\text{viole}}}$$

$$\frac{2D(n-1)\alpha x}{\lambda_{\text{rouge}}(L+D)} - \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{2D(n-1)\alpha x}{(L+D)\lambda_{\text{viole}}} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{2 \times 0,25 \cdot 10^3 \times 0,5 \times 5,8 \cdot 10^{-3} \cdot 6,25}{0,75 \times 10^{-3} \times (2,5 \cdot 10^3)} - \frac{1}{2} \leq m \leq$$

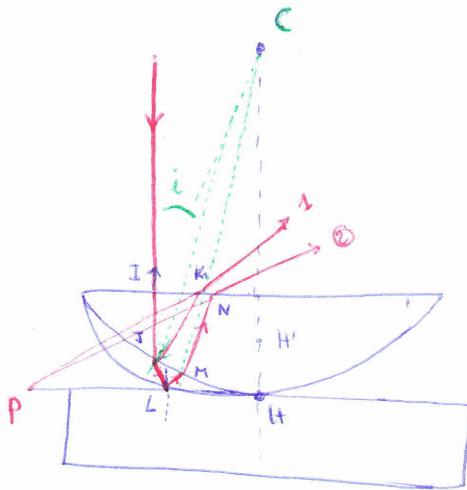
$$4,3 \leq m \leq 8,5$$

$$m = 5, 6, 7, 8$$

$\Rightarrow$ il y a 4 connelure

Exercice 3

1/



$$\begin{aligned} \delta &= (IJKL) - (IJKI) \\ &= n \cdot IL + JL + LM + n \cdot MN + NL - n \cdot IJ - n \cdot JK - K1 \\ &= \end{aligned}$$

Pour R_1 grand on a $i \ll$

$\Rightarrow$ les points I, K et N sont voisins. Il en est de même J et M
 JL est pratiquement normale à la face supérieure de la lame

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{c}{\lambda} \quad & IJ \approx JK \approx MN \\ & JL \approx LM \\ & K1 \approx N2 \\ & \delta_g = 2JL = 2e \end{aligned}$$

2/ En J il y a réflexion sur un milieu d'indice (1) inférieur à celui (n) où se propage la lumière $\Rightarrow$ pas de déphasage supplémentaire
 en L : réflexion sur un milieu d'indice supérieur à celui du milieu où se propage la lumière $\Rightarrow$ il y a un déphasage supplémentaire

$$\varphi_s = \pi$$

$\Rightarrow$ il y a une différence de marche supplémentaire

$$\varphi_s = \frac{2\pi \delta_s}{\lambda} = \pi$$

$$\Rightarrow \delta_s = \frac{\lambda}{2}$$

4°

$$\delta = 2e + \frac{\lambda}{2}$$

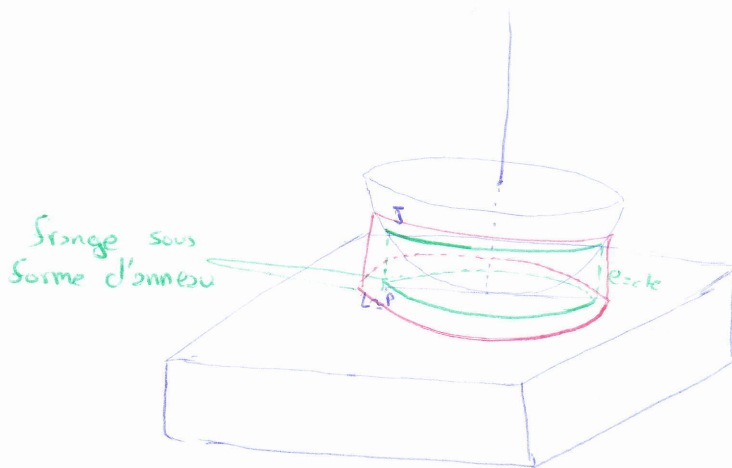
5°

L'intensité en P (point de rencontre de 1 et 2) est :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{\delta 2\pi}{\lambda}$$

Une frange est une ligne d'égale d'intensité

$$I = \text{cte} \Rightarrow \delta = \text{cte} \Rightarrow e = \text{cte}$$



$\Rightarrow$ Les point P se trouvent sur un cercle de rayon $HP \approx HL$ et l'axe de la lentille

$\Rightarrow$ Les Franges sont des anneaux

6°

$$e = CH - CH'$$

CJH' est triangle rectangle

$$CH'^2 = CJ^2 - JH'^2 = R_1^2 - r^2$$

$$e = R_1 - \sqrt{R_1^2 - r^2}$$

7°

$$e = R_1 - R_1 \left(1 - \frac{r^2}{R_1^2} \right)^{1/2}$$

$$\frac{r}{R_1} \ll 1 \Rightarrow \text{developpement limite}$$

$$e = R_1 - R_1 \left(1 - \frac{r^2}{R_1^2} \right) \approx \frac{r^2}{2R_1}$$

8°

Pour avoir un anneau sombre Il faut :

$$S = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda = \frac{r^2}{R_1} + \frac{\lambda}{2}$$

r_m = rayon de l'anneau sombre d'ordre m

$$\Rightarrow \frac{r_m^2}{R_1} = m\lambda$$

$$R_1 = \frac{r_m^2}{m\lambda}$$

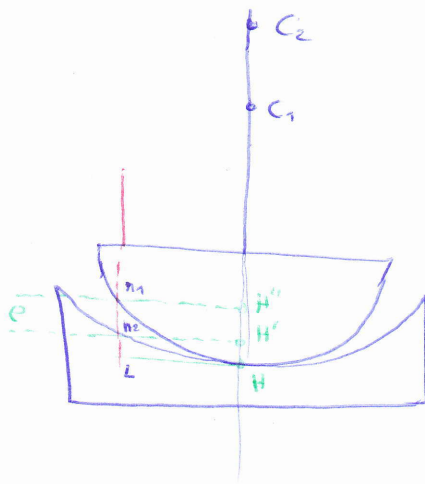
$$m = 5 \quad r_m = r_5 = 6 \text{ mm} \Rightarrow R_1 = \frac{36}{5 \times 0,546 \cdot 10^{-3}} = 13,19 \cdot 10^3 \text{ mm} = 13,19 \text{ m}$$

$$R_1 \approx 13,2 \text{ m}$$

$\begin{matrix} \uparrow C_2 \\ \bullet C_1 \end{matrix}$



9°



$$e = LM_1 - LM_2$$

$$= \left(R_1 - \sqrt{R_1^2 - r^2} \right) - \left(R_2 - \sqrt{R_2^2 - r^2} \right)$$

$$e \approx \frac{r^2}{2R_1} - \frac{r^2}{2R_2}$$

L'anneau sombre d'ordre m est tel que

$$S = 2e + \frac{\lambda}{2} = r_m^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

$$r_m^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = m\lambda$$

$$\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} = \frac{m\lambda}{r_m^2} \Rightarrow \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{m\lambda}{r_m^2}$$

$$R_2 = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{m\lambda}{r_m^2} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{13,2 \cdot 10^3} - \frac{5 \times 0,546 \cdot 10^{-3}}{(7,4)^2} \right)^{-1}$$

$$= \left(0,07575 \cdot 10^{-3} - 0,04985 \cdot 10^{-3} \right)^{-1}$$

$$= 38,6 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$R_2 \approx 38,6 \text{ m}$$

Les rayons r_m des anneaux sombres sont donnée par

$$r_m^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = m\lambda$$

$$r_m^2 = \frac{m\lambda}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{m\lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

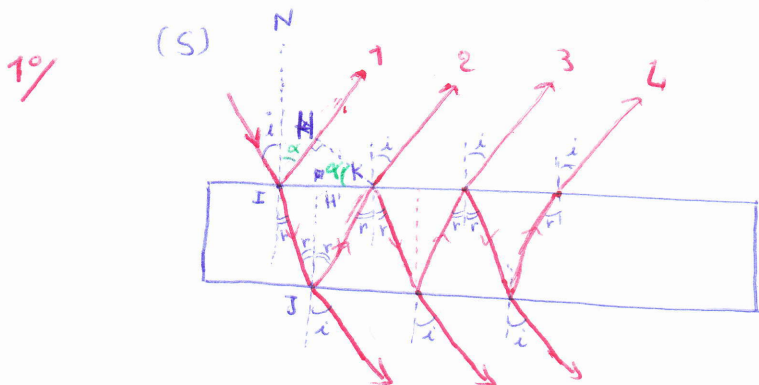
$$r_m = \sqrt{\frac{m \lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

$$= \sqrt{\frac{10 \times 0,546 \cdot 10^{-3} \times 13,2 \times 38,6 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{(38,6 - 13,2) \cdot 10^3}}$$

$$= 10,46$$

$$r_m \simeq 10,5 \text{ mm}$$

Exercice 4



$$\sin i = n \sin r$$

2° Déferance de marche géométrique

$$\delta_g = (SIJK2) - (SI1) = \cancel{SI} + IJ + JK + K2 - \cancel{SI} - I1$$

$$= 2n IJ + K2 - I1$$

$$IJ = JK$$

$$= 2n IJ - I1$$

le triangle IJ est isocèle

$$(K2 = I1 \text{ puisque } I1 \text{ et } K2 \text{ sont } //)$$

Dans le triangle IHJ on a :

$$\cos r = \frac{H'J}{IJ} = \frac{e}{IJ} \Rightarrow \cancel{IJ} \cos r \quad IJ = \frac{e}{\cos(r)}$$

$$IK = 2IH'$$

$$IH = IK \sin \alpha$$

$$\alpha = \widehat{IKH} = \widehat{NI1} = i \quad (\text{angle } \tilde{\alpha} \text{ est } \perp)$$

$$IH' = H'J \tan(r) = e \tan(r)$$

$$\begin{aligned}
 \delta_g &= \frac{2ne}{\cos(r)} - 2e \operatorname{tg}(r) \sin i \\
 &= \frac{2ne}{\cos(r)} - 2en \sin(r) \frac{\sin(r)}{\cos(r)} \\
 &= \frac{2ne}{\cos(r)} (1 - \sin^2(r))
 \end{aligned}$$

$$\boxed{\delta_g = 2ne \cos(r)}$$

3° φ_{1g} : déphasage de I_1

φ_{2g} : déphasage de K_2

$$\Delta\varphi_{2g} = \varphi_{2g} - \varphi_{1g} = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_g$$

On choisit l'origine de phase $\varphi_{1g} \Rightarrow \varphi_{1g} = 0$

$$\Delta\varphi_{2g} = \varphi_{2g} = \varphi_g = \frac{2\pi\delta_g}{\lambda}$$

$$\boxed{\varphi_g = \frac{4\pi ne}{\lambda} \cos(r)}$$

En I il y a réflexion sur un milieu d'indice (n) supérieur à celui (1) du milieu où se propage la lumière $\Rightarrow$ il y a un déphasage supplémentaire $\Rightarrow \varphi_{1s} = \pi$

En J il y a réflexion sur un milieu d'indice (1) inférieur à celui (n) du milieu où se propage la lumière $\Rightarrow$ pas de déphasage supplémentaire $\Rightarrow \varphi_{2s} = 0$

Le déphasage supplémentaire total est

$$\varphi_s = \varphi_{1s} + \varphi_{2s} = \pi$$

Il s'agit d'interférences localisées (à l'infini en l'absence de la lentille et dans le plan focal image de la lentille en présence de la lentille)

Obtenues par division d'amplitude.

6% $\bar{A}_{1r} = |\bar{A}_r| e^{j\varphi_r} = \sqrt{R I_0} e^{j\varphi_r} = \sqrt{R I_0}$ amplitude Complexe de I_{1r}

$$\varphi_1 = 0$$

$$\bar{A}_{\text{er}} = |A_r| e^{j\varphi_r} = \sqrt{RT^2 I_0} e^{j\varphi_r} = T \sqrt{R I_0} e^{j\varphi_r}$$

$$\phi_2 = \frac{2\pi\delta_2}{\lambda} + \pi = \frac{4\pi ne}{\lambda} \cos(r) + \pi$$

A $T \approx 1 \Rightarrow \bar{A}_{2r} \approx \sqrt{RI_0} e^{j\varphi_2}$

L'ampleur résultante est :

$$\bar{A} = \bar{A}_{1r} + \bar{A}_{2r} = \sqrt{RI_0} (1 + e^{j\phi_2})$$

$$\begin{aligned} 7^o \quad I_R(r) &= \bar{A} \bar{A}^* = R I_0 (1 + e^{j\varphi_2}) (1 + e^{-j\varphi_2}) = R I_0 (1 + 1 + e^{j\varphi_2} + e^{-j\varphi_2}) \\ &= 2 R I_0 (1 + \cos \varphi_2) \\ &= 2 R I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi n e \cos(r)}{\lambda} + \pi \right) \right] \end{aligned}$$

8/ i petit $\Rightarrow r$ petit $\Rightarrow \cos(r) = 1 - \frac{r^2}{2}$

$$\sin i = n \sin(r)$$

$$i = nr \Rightarrow r = \frac{i}{n}$$

$$\Rightarrow \cos r = 1 - \frac{i^2}{2n^2}$$

$$\Rightarrow I_R(i) = 2RI_0 \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi ne}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2n^2} \right) + \pi \right) \right]$$

L'ordre d'interference est

$$P_R(i) = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{4\pi ne}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2n^2} \right) + \pi \right)$$

$$= \frac{2ne}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2n^2} \right) + \frac{1}{2}$$

$$P_R(i) = \left(\frac{2ne}{\lambda} + \frac{1}{2} \right) - \frac{ei^2}{n\lambda}$$

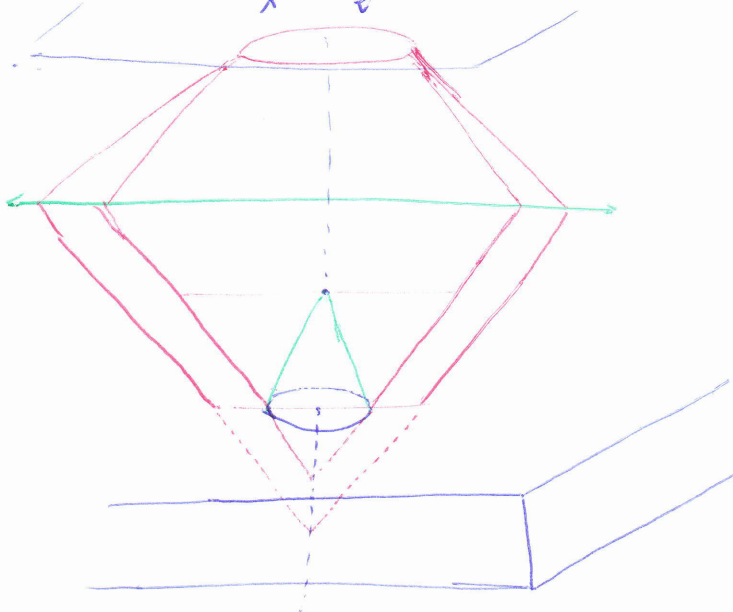
9° $P_R(i_0) = P_{M_{2x}} \Rightarrow i = i_0 = 0$

ou on $P'_R(i) = -\frac{2e}{n\lambda} i = 0 \Rightarrow i = i_0 = 0$

Le maximum d'ordre d'interference s'obtient pour $i_0 = 0$

$$P_{M_{2x}} \Rightarrow i_0 = 0$$

10° $P_{M_{2x}} = \frac{2ne}{\lambda} + \frac{1}{2}$



Un frange d'interference est une ligne d'egale d'intensité

$$I_R(i) = c \Rightarrow i = c$$

Les franges d'interference sont des anneaux centre sur F' (foyer image de la lentille)

* anneaux brillants : les P_R correspondants sont des entier m

$$\frac{2ne}{\lambda} + \frac{1}{2} - \frac{ei_{m_{2x}}^2}{n\lambda} = m \Rightarrow \frac{ei_{m_{2x}}^2}{n\lambda} = P_{m_{2x}} - m$$

$$i_m = \left[\frac{n\lambda}{e} (P_{m_{2x}} - m) \right]^{1/2} \quad \text{le rayon de l'anneau (m)}$$

$$R = \int' \lg(u_m) \approx \int' i_m \approx \int' \left[\frac{n\lambda}{e} (p_{m_{2n}} - m) \right]^{1/2}$$

La frange centrale correspond à l'ordre max $p_{m_{2n}} = \frac{2ne}{\lambda} + \frac{1}{2}$

si $\frac{2ne}{\lambda}$ est entier

La frange centrale sera sombre si $\frac{2ne}{\lambda}$ est $\frac{1}{2}$ entier $\Rightarrow$ La frange centrale sera brillante

En générale $\frac{2ne}{\lambda}$ n'est ni entier ni $\frac{1}{2}$ entier